MÓDULO - 03

POTENCIAÇÃO

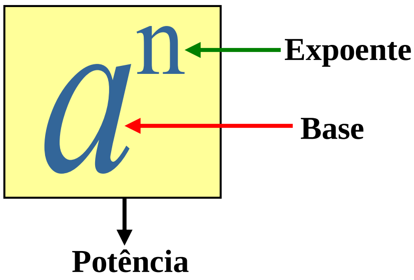
MATEMÁTICA - A

POTÊNCIA DE EXPOENTE NATURAL

Podemos dizer basicamente que a potenciação é uma multiplicação de fatores iguais.
Exemplo:

$$2^5 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{5 fatores}} = 8$$

NOTAÇÃO



- A base sempre será o valor do fator.
- O expoente é a quantidade de vezes que o fator repete.
- A potência é o resultado do produto.

*Toda potência tem a sua forma de representação, assim, possui também uma **leitura** específica que irá depender do valor do expoente.*

Veja como é feita a leitura das potências.

5^1 = cinco elevado a potência um ou cinco elevado a um.
4^2 = quatro elevado à potência dois ou quatro elevado a dois ou quatro elevado ao quadrado.
8^3 = oito elevado a terceira potência, oito elevado a três ou oito elevado ao cubo ou cubo de oito.
9^4 = nove elevado a quarta potência, nove elevado a quarta.
2^5 = dois elevado a quinta potência ou dois elevado a quinta.

LEMBRE-SE:

Quando o expoente é igual a 2 ou 3 chamamos de quadrado ou cubo!

A base de uma potência pode assumir qualquer valor real como o expoente também, ou seja, a base ou o expoente podem ser representados em forma de fração, número decimal, número negativo.

MUITO CUIDADO

0^0 *Não está definido (Forma Indeterminada)*

Exemplo:
Considere a potência 5^4 = 5x5x5x5 = 625, agora faça a identificação de seus elementos:
5 é a base
4 é o expoente
625 é a potência

Vejamos alguns exemplos de cálculo de potência:
30^2 = 30 x 30 = 900
5^3 = 5x5x5 = 125
12^3 = 12 x 12 x 12 = 1728
10^4 = 10 x 10 x 10 x 10 = 1000

POTÊNCIA DE EXPOENTE INTEIRO

Quando trabalhamos com base sendo números inteiros é necessá - rio obedecer algumas regras no cálculo da potência.

O cálculo da potência de base de número inteiro é dividido em base positiva e base negativa.

BASE POSITIVA

Quando a base é positiva resolvemos a potência normalmente.

$$(+2)^5 = (+2) . (+2) . (+2) . (+2) . (+2) = 32$$

BASE NEGATIVA

Quando a base for negativa devemos fazer o jogo de sinais utilizados na multiplicação.

$$(-5)^3 = (-5) . (-5) . (-5) = - 125$$

Como estamos multiplicando uma quantidade ímpar de fatores e todos eles são negativos a potência (resultado) também será negativa, ou seja, sempre que o expoente for ímpar e a base negativa a potência será negativa.

Veja uma outra situação:

$$(-3)^4 = (-3) . (-3) . (-3) . (-3) = 81$$

Nesse caso, a potência (resultado) ficou positiva, pois quando multiplicamos quantidades pares de fatores negativos a potência sempre será positiva, ou seja, quando a base for negativa e o expoente for par a potência será positiva..

PRESTE MUITA ATENÇÃO AGORA:

$(-6)^2 = 36$

No entanto: $-6^2 = -36$

Você sabe explicar por quê isso acontece ?

Explicação:

PROPRIEDADES OPERATÓRIAS DE POTENCIAÇÃO

$$a^n \cdot a^p = a^{n+p}$$

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$(a^n)^p = a^{n \cdot p}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

com $b \neq 0$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$$

com a e $b \neq 0$

DEFINIÇÕES IMPORTANTES

. $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots\ldots \cdot a}_{\text{n fatores}}$

. $a^1 = a$

. $a^0 = 1$, com $a \neq 0$

. $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$, com $a \neq 0$

. $0^n = 0$, com $n \neq 0$ (ou n negativo)

. $1^n = 1$

EXERCÍCIOS DE ASSIMILAÇÃO

01. *Calcule:*

a) $3^2 =$ b) $(-5)^2 =$ c) $-9^2 =$

d) $(-2)^3 =$ e) $-2^3 =$ f) $6^0 =$

g) $-7^0 =$ h) $1^{100} =$ i) $0^5 =$

j) $25^1 =$ k) $3^{-2} =$ l) $-2^{-4} =$

02. *Calcule:*

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ b) $\left(-\frac{3}{10}\right)^2$ c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$ d) 5^{-3}

e) -4^{-2} f) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$ g) $\left(\frac{6}{3}\right)^{-2}$

03. *Reduza a uma só potência, aplicando as propriedades:*

a) $a^3.a^6.a$ b) $\frac{5^8}{5^2}$ c) $\frac{2^5}{3^5}$ d) 7^{2^3}

e) $(x^{-3})^2$ f) $(2^{-1})^2$ g) $(6^2)^4$ h) $\frac{(7^2)^3}{(7^3)^2}$

04. *Simplifique:*

a) $\frac{(2^2)^3 \cdot 2^6}{2^5}$ b) $(y^3)^3 \cdot y^{-2}$ c) $\frac{10^2 \cdot 10^4}{10^5}$

d) $(3t)^5\left(\frac{t}{3}\right)^2$ e) $\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

f) $\left(\frac{ab^2}{2}\right)^4\left(\frac{a^2b}{4}\right)^{-2}$ g) $\left(\frac{3ab}{4}\right)^{-3}\left(\frac{2a^2b^2}{3}\right)^2 : \left(\frac{16}{9b}\right)$

05. *Reduza a uma só potência:*

a) $\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^{-5}\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$ b) $(-3)^{12}(-3)^4$

c) $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]^4 : \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$ d) $\frac{\left(-\frac{a}{b}\right)^3\left(-\frac{a}{b}\right)^2}{\left[\left(-\frac{a}{b}\right)^3\right]^2}$

06. *Simplifique:*

a) $(a^2b^{-1})^4(a^{-1}b^2)^{-2}$ b) $3xy : x^{-4}$ c) $(5^2)^{2^3}$

07. *Calcule o dobro de* 2^{10}

08. *Determine o cube de* 3^{20}

09. *Qual é o maior* $(3^2)^3$ *ou* 3^{2^3}

10. *Encontre o valor da expressão* $\frac{1234^3}{2468^3}$

POTÊNCIA DE BASE DEZ E NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Os cientistas têm uma maneira especial de escrever números muito grandes, assim como os números muito pequenos.

Com esse conhecimento eles evitam lidar com uma imensa fileira de números.

A "Notação Científica" é essa grande ferramenta das ciências!

Qualquer número pode representar-se, em notação científica, como produto de um número compreendido entre 1 (inclusive) e 10 (exclusive) por uma potência de base 10:

$$N = a \cdot 10^{p}, \quad \text{com} \quad p \in \mathbb{Z} \quad \text{e} \quad 1 \leq a <$$

Ao efetuar a medida de uma determinada grandeza física, podemos obter um número que eventualmente seja extremamente grande ou extremamente pequeno. Como exemplos, citamos a distancia da Terra a Lua, 384.000.000 km, e o diâmetro de um átomo de hidrogênio, da ordem de 0,0000000001 m. Para manipular tais números, utilizamos a notação científica, fazendo uso das potências de 10.

REGRA PRÁTICA PARA EXPRESSAR A NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Números maiores do que 1

Deslocamos a vírgula para a esquerda, até atingir o primeiro algarismo do número. O número de casas deslocadas para a esquerda corresponde ao expoente positivo da potência de 10.

$$s = 384.000.000 \text{ km} = 3{,}84 \times 10^{8} \text{ km}$$

Números menores do que 1

Deslocamos a virgula para a direita, ate o primeiro algarismo diferente de zero. O número de casas deslocadas para a direita corresponde ao expoente negativo da potência de 10.

$$D = 0{,}0000000001 \text{ m} = 1{,}0 \times 10^{-10} \text{m}$$

EXERCÍCIOS DE ASSIMILAÇÃO

11. *Expresse em notação científica os números abaixo:*

a) 500 *b) 3.500.000* *c) 0,00000024*

d) A massa de um próton:
0,00000000000000000000000000167 kg

e) 234,75 *f) 695 000* *g) − 0,000 75*

h) 0,00565 *i)* 673×10^{-15} *j)* $0{,}7 \times 10^{2}$.

13. *União Astronômica Internacional (UAI) retirou de Plutão em 2006, o status de planeta de pleno direito do Sistema Solar, após longas e intensas controvérsias.*

Com a decisão votada no plenário da 26ª Assembléia Geral da entidade, realizada em Praga, se reduz o número de planetas no Sistema Solar de nove para oito.

A definição adotada hoje preenche um vazio que existia neste campo científico desde os tempos do astrônomo polonês Copérnico (1473-1543).

Plutão, descoberto há 76 anos pelo cientista norete-americano Clyde Tombaugh (1906-1997), é objeto de polêmica há décadas, principalmente devido a seu tamanho, que foi reduzido ano após ano e que foi estabelecido agora em 2.300 quilômetros de diâmetro.

Assim, Plutão é muito menor que a Terra (12.750 quilômetros) e até mesmo menor que a Lua (3.480 quilômetros) e o UB313 (3.000 quilômetros), que no entanto está muito mais longe do Sol.

Outro argumento contra Plutão é a forma pouco ortodoxa de sua órbita, cuja inclinação não é paralela à da Terra e a dos outros sete planetas do Sistema Solar.

O planeta anão Plutão possui massa:
12.000.000.000.000.000.000.000 kg,
Expresse esse número em notação científica.

14. *Um micrometro (μm) é a milionésima parte de um metro (* 10^{-6} *m) e um nanômetro (nm) é a bilionésima parte de um metro (* 10^{-9}*). Considere uma bactéria que tem de comprimento 5μm e um vírus que tem 5 nm de comprimento. Usando a notação científica, determine qual dos organismos é maior.*

15. *A velocidade da luz, é de cerca de 300.000.000 m/s*

a) Que distância ela percorre num minuto?

b) E em uma hora?

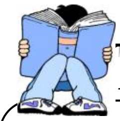
c) E em um dia?

d) E em um ano?

e) Quantos km corresponde 1 ano-luz?

f) Nossa estrela mãe, o Sol, e sua vizinha mais próxima, Alfa Centauro (segunda estrela mais próxima da Terra), não são estrelas isoladas no espaço. Elas fazem parte de um conjunto de cerca de 1 bilhão de outras estrelas que formam a nossa Galáxia, a Via-Láctea.Sabendo-se que Alfa Centauro está a aproximadamente 4,5 anos-luz da Terra, escreva essa distância em km.

Nota: *Escreva todos os números em notação científica.*



TAREFA DE APROFUNDAMENTO

01. *Escreva numa só potência:*

a) $t^2.t^7.t^4 =$ b) $\dfrac{x^{23}.x^3}{x^7} =$ c) $a^{2^5} =$

d) $(x^2)^5 =$ e) $(x^5)^2 =$ f) $x^{5^2} =$

g) $(2^3)^4.2^{-2}.3^4.3^6 =$ h) $3^{2^{2^2}} =$ i) $(-3)^4.3^7 =$

j) $\dfrac{4^6.8^{-2}.32}{16^3.128^{-1}} =$

02. *Reescreva os números a seguir, utilizando a notação de potência e eliminando os parênteses:*

a) $(-3)^{10} =$ b) $(-3)^{-17} =$

c) $(-2)^{25} =$ d) $(-2)^{62} =$

03. *Simplificar:*

a) $\dfrac{a^2.(a^5)^{-2}.a^4}{(a^3)^2.a^{-4}}\left(\dfrac{a}{a^{-2}}\right)^2 =$ b) $\dfrac{6a^3b^5c^2}{3ab^4} =$

04. *O valor da expressão* $\dfrac{\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}\right)(7+0{,}4)}{\left(\dfrac{3}{4}\right)^{-1}+\left(\dfrac{3}{4}\right)^{0}+\left(\dfrac{3}{4}\right)^{1}}$ *é:*

a) 1 b) 3,2 c) 2 d) 1,6 e) 4

05. *Se* **k** *é um número inteiro e positivo, então:*

$y = (-1)^k + (-1)^{k+1}$ *é:*

a) 2 b) 1 c) 0 d) -1 e) depende de **k**

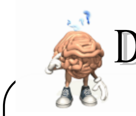
06. *Simplificando* $\left(2^4\right)^{3^2}$ *obtém-se:*

a) 8^6 b) 2^{24} c) 16^8 d) 2^{36} e) 2^{12^2}

07. *Se* $A = (6^2.\ 9^5)^{-4}$*, então A é igual a:*

a) $\dfrac{1}{4}$ b) $3^{-24}\cdot 2^{-6}$ c) $\dfrac{1}{3^{48}\cdot 2^8}$

d) $\dfrac{1}{54^{10}}$ e) 54^{-28}



DESAFIANDO O SEU CÉREBRO

D.01. *Se* $4^{16}\cdot 5^{25} = a\cdot 10^n$*, com* $1 \le n < 10$*, então* **n** *é igual a:*

a) 24 b) 25 c) 26 d) 27 e) 28

D.02. *Se* $2^n = 15$ *e* $2^p = 20$*, o valor de* 2^{n-p+3} *é:*

a) 6 b) 8 c) 14 d) 16 e) 18

D.03. *O valor da expressão* $(a^{-1} + b^{-1})^{-2}$ *é:*

a) $\dfrac{ab}{(a+b)^2}$ b) $\dfrac{ab}{(a^2+b^2)^2}$ c) $a^2 + b^2$

d) $\dfrac{a^2b^2}{(a+b)^2}$ e) ab

D.04. *Seja* $a = 4^3.\ 5^6$, $b = 2\ .\ 25^2$ *e* $c = 2^5.\ 5^2$*, determine a quantidade de algarismos do produto (a.b.c).*

Resp: 13 algarismos

D.05. *Os números inteiros x e y satisfazem a equação:*

$2^{x+3} + 2^{x+1} = 5^{y+3} + 3.\ 5^y$*. Então,* $x - y$ *vale:*

a) 8 b) 5 c) 9 d) 6 e) 7

D.06. *Qual o menor natural* **n** *tal que* $n^{400} > 10^{600}$ *?*

a) 30 b) 31 c) 32 d) 33 e) 34

D.07. *Se* $10^{2x} = 25$*, calcule o valor de* 10^{-x}*.* 1/5

D.08. *Se x e y são números reais e* $2^x = m$ *e* $2^y = n$*, então* 4^{x-y} *é igual a:*

a) $2(m - n)$ b) $(m - n)/2$ c) $-m/n$ d) m^2/n^2 e) $2^{m/n}$

D.09. *A tabela abaixo fornece as áreas, em hectares, ocupadas com transgênicos em alguns países do mundo, nos anos de 1997 e 1998.*

País	1997	1998
E.U.A.	$8{,}1\ .\ 10^6$	$20{,}5\ .\ 10^6$
Argentina	$1{,}4\ .\ 10^6$	$4{,}3\ .\ 10^6$
Canadá	$1{,}3\ .\ 10^6$	$2{,}8\ .\ 10^6$
Outros países	$2{,}0\ .\ 10^5$	$3{,}4\ .\ 10^6$

(O Estado de S. Paulo, 18/07/1999)

Considerando apenas o que consta nessa tabela, pergunta-se:

Qual era a área total, em hectares, ocupada com transgênicos em 1997? *Resp.: 11 .* 10^6 *hectares*

D.10. *Em Química e em Física são utilizados muitos cálculos com potências. Veja um cálculo com o qual o aluno geralmente se depara quando estuda massa atômica, massa molecular e mol:* $x = \dfrac{90.6.10^{23}}{18}$.

Encontre o valor de **x.**